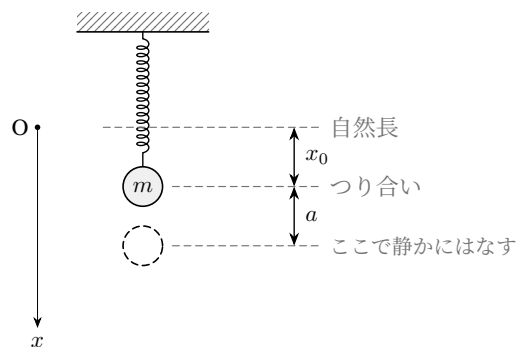


国立志望受験生，最難関大を目指す高 1・高 2 | 物理 問題 単振動の基礎～標準 チェック例題

入試レベルに挑戦してみよう！ 例題 2 題で基本を確かめ，問題 2 題（国立大レベル）で入試に挑む。

例題 1

図のように，ばね定数 k の軽いばねの上端を天井に固定し，下端に質量 m のおもりをつるす。ばねが自然長のときのおもりの位置を原点 O とし， O から鉛直下向きに x 軸をとる。おもりをつり合いの位置から a だけ引き下げて静かにはなしたところ，おもりは鉛直方向に単振動した。重力加速度の大きさを g とし，ばねの質量と空気抵抗は無視する。



- (1) おもりがつり合う位置の座標 x_0 を求めよ。
- (2) おもりの座標が x のとき，おもりの加速度 a_x (x 軸の正の向きを正) を求めよ。
- (3) 単振動の角振動数 ω と周期 T を求めよ。
- (4) おもりの速さの最大値 $v_{\max}$ を求めよ。

例題 2

例題 1 と同じばねとおもりを使う。今度は，おもりがつり合う位置を原点 O とし， O から鉛直下向きに x 軸をとる。時刻 $t = 0$ におもりを $x = a$ の位置で静かにはなす。 $\omega = \sqrt{k/m}$ ， $T = 2\pi/\omega$ とする。

- (1) おもりの変位 x と速度 v (x 軸の正の向きを正) を，時刻 t の式で表せ。
- (2) はなしてから始めて O を通過する時刻 t_1 と，始めて $x = -\frac{a}{2}$ となる時刻 t_2 を求めよ。
- (3) $x = \frac{a}{2}$ を通過するときのおもりの速さを求めよ。

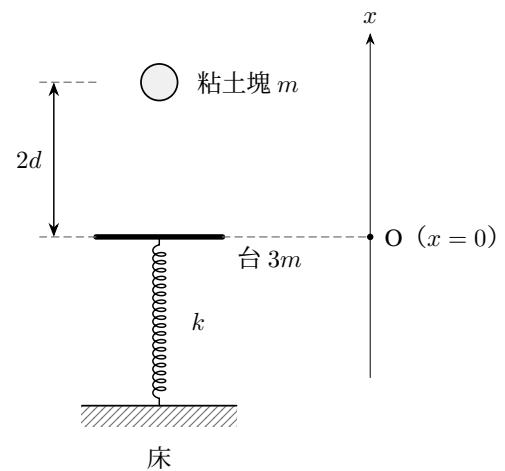
問題 1

国立大レベル 目標時間 15 分

図のように、ばね定数 k の軽いばねを鉛直に置き、下端を床に、上端を質量 $3m$ の薄い水平な台に固定する。台だけを取り付けて静止させたとき、ばねは自然長から d だけ縮んだ。

この台の位置より $2d$ 上方から、質量 m の粘土塊を静かに放す。粘土塊は台に衝突するとただちに付着し、その後は台と一体となって単振動する。衝突前の台の位置を原点とし、鉛直上向きに x 軸をとる。

重力加速度の大きさを g とする。衝突時間は十分短く、その間の重力とばねの弾性力による力積は無視できるものとする。粘土塊の大きさ、台の厚さ、空気抵抗は無視でき、台は水平を保って鉛直方向にのみ動く。ばねは運動の範囲でフックの法則に従い、台が床に触れることはないものとする。

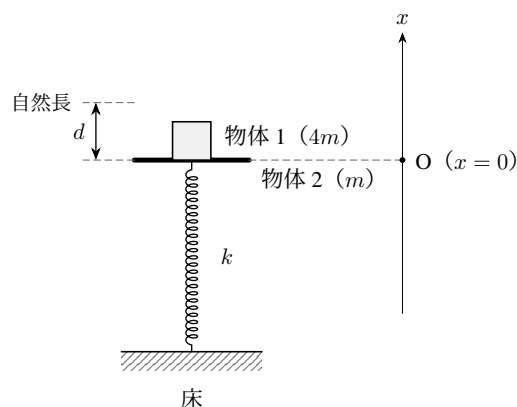


- (1) 台に衝突する直前の粘土塊の速度について、その向きと大きさ v を求めよ。 v は d, g を用いて表せ。
- (2) 衝突直後の粘土塊と台の共通の速度について、その向きと大きさ V を求めよ。 V は d, g を用いて表せ。
- (3) 衝突後、台が初めて最下点に達したときの座標 x_0 を、 d を用いて表せ。 (オリジナル問題)

問題 2

国立大レベル 目標時間 20 分

図のように、軽いばねを鉛直に置き、下端を床に固定する。上端には、質量 m の薄い水平な台（物体 2）を固定する。台の上に質量 $4m$ の小物体（物体 1）を載せて静止させたところ、ばねは自然長から d だけ縮んだ。物体 1 は台に固定されていない。



このつり合いの位置を原点とし、鉛直上向きに x 軸をとる。物体 2 の座標を x 、ばね定数を k 、重力加速度の大きさを g とする。物体 1 の大きさや物体 2 の厚さは無視でき、物体 2 は水平を保って鉛直方向にのみ動くものとする。空気抵抗は無視し、ばねは考える運動の範囲でフックの法則に従い、台が床に触れることはないものとする。

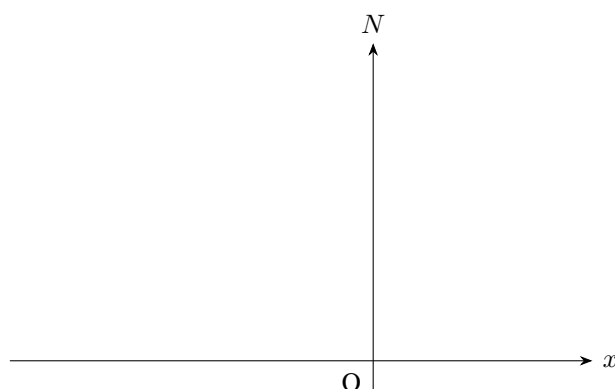
- (1) ばね定数 k を、 m 、 d 、 g を用いて表せ。

次に、つり合いの位置から物体 2 を床に触れない範囲で押し下げ、静かに放す。

- (2) 物体 1 を載せて上昇している物体 2 の座標が x のとき、両物体に共通する加速度 a を、 x 、 d 、 g を用いて表せ。ただし、両物体は接触しており、加速度は鉛直上向きを正とする。
- (3) 両物体が接触を保って単振動する場合、その周期 T を、 d 、 g を用いて表せ。

以下では、物体 1 を載せた状態でのつり合いの位置から、物体 2 を $2d$ だけ押し下げ、静かに放した場合を考える。

- (4) 放した後、物体 2 が物体 1 に及ぼす垂直抗力の大きさ N と物体 2 の座標 x との関係を、下の座標軸に図示せよ。物体 1 が物体 2 から離れることを考慮して定義域を明らかにし、端点と座標軸との交点の値も記入せよ。ただし、最初に離れる瞬間までを考える。



- (5) 物体 1 が物体 2 から離れた後、最初に達する最高点の、原点からの高さを、 d を用いて表せ。
- (6) 物体 1 が離れてから再び接触するまでの物体 2 の運動について、単振動の振幅を、 d を用いて表せ。

(オリジナル問題)